

Comment dégonfler la bulle des inscriptions ?

Proposition d'algorithmes, exemples à l'appui.

1 Introduction

Suite au projet de résolution du MR, qui proposa de recenser les demandes d'inscription et de constituer une "Commission des inscriptions" afin de distribuer les places au mieux, j'avais dans un premier temps apporté quelques remarques. J'ai ensuite poursuivi mes réflexions sur les modalités d'attribution des places en fonction des desideratas des parents (premier, second, ... choix) et tout en respectant le principe de tirage au sort (d'application pour la rentrée 2009). Tout en restant dans ce cadre, le but est de voir dans quelle mesure des enfants qui ont obtenu une inscription dans une école d'un deuxième, ... choix ne peuvent échanger leur place afin que chacun obtienne son premier choix, l'échange pouvant se faire entre deux, trois, quatre, ... élèves.

Dans cette seconde version, j'ai retravaillé mon projet et y ai ajouté d'autres méthodes ou algorithmes (sous formes d'options dans mon programme) suite aux divers commentaires reçus à propos de la première version. L'exemple utilisé pour tester ces algorithmes est particulièrement intéressant, car il ne donne pas moins de dix solutions différentes, selon les paramètres utilisés, illustrant à souhait qu'aucune méthode n'émerge réellement.

2 Préliminaires

Pour optimiser les inscriptions, il faut donc que chaque parent classe ses demandes par ordre de préférence. Mais au-delà, puisque ce système est basé sur l'échange, pour que chaque enfant aie la même potentialité d'échange, il importe que tous aient fait un même nombre de demandes (multiples donc). En effet, si un enfant n'a fait que deux demandes et obtient son second choix, il n'a potentiellement qu'une place à proposer à l'échange afin d'obtenir son premier choix. Par contre, celui qui aurait fait cinq demandes, pourrait avoir trois inscriptions, et donc 3 possibilités d'échange pour obtenir son premier choix. En outre, si un enfant n'a fait que deux demandes, et les deux écoles correspondantes devenant complètes, il ne pourra plus prétendre à d'autres places qu'à la fin du processus, lorsque la plupart seront déjà attribuées. Dans les deux cas, celui qui n'a fait que peu de demandes sera nettement défavorisé.

Ceci posé, il semble évident que dès qu'un premier choix est rencontré, les demandes dans les autres écoles seront automatiquement annulées, réduisant les listes d'inscriptions des autres écoles. De plus, dès qu'une école est complète par des premiers (ou meilleurs) choix, toutes les demandes en liste d'attente pour cette école sont supprimées, ce qui conduira à réajuster automatiquement les choix des parents, l'école étant retirée de leur liste (et ce fait, leur deuxième choix peut devenir le nouveau premier choix, d'où cette notion de "meilleurs" choix).

3 Algorithmes

Avant de présenter une méthodologie générale, et pour rendre celle-ci plus lisible, voici tout d'abord quelques méthodes ou algorithmes complémentaires ou alternatifs. Ceci n'est nullement une liste exhaustive, mais uniquement ceux que j'ai considérés.

3.1 Attribution sans ou avant échanges

3.1.1 Désistement automatique

Le désistement automatique consiste à supprimer des listes d'attente des autres écoles toutes les demandes correspondant à des moindres choix que la meilleure demande obtenue en ordre utile. C'est-à-dire que si vous avez obtenu une place (en ordre utile) pour votre troisième choix, les demandes à partir du quatrième choix seront supprimées (désistement automatique) qu'ils soient en ordre utile ou sur liste d'attente; mais les demandes correspondants à de meilleurs choix (ici le premier et le deuxième) seront conservés (forcément en liste d'attente).

Cette méthode est la plus "*naturelle*", mais moins performante que la "Pré-inscription différée" ci-dessous.

Il faut remarquer que lorsqu'on supprime des demandes, on supprime également des possibilités d'échanges. Même si un élève ayant son troisième choix en ordre utile se désintéressera de ses quatrième choix et suivants, il est possible que son cinquième choix soit (ou devienne) en ordre utile, et que ce soit précisément grâce à celui-ci qu'il pourra effectuer un échange afin d'obtenir son premier choix. Il est donc dans son intérêt de garder toutes ses demandes tant qu'il n'a pas obtenu son premier choix. C'est pour cette raison que si on envisage des échanges dans une seconde étape, il importe de ne procéder à des désistements automatiques que pour les enfants ayant obtenu leur premier (ou meilleur) choix, et non dès qu'ils ont une place en ordre utile.

Ce principe de désistement automatique, à l'inverse de l'algorithme ci-après, reste applicable dès qu'un élève obtient son premier choix au fil des échanges, et fera d'ailleurs partie intégrante des algorithmes d'échange.

3.1.2 Pré-inscription différée

Cette méthode vise à épurer ou reconstruire les listes des demandes, ne conservant que les premiers choix, et les suivants tant que les précédents (les premiers, ou deuxièmes, ...) ne sont en ordre utile. A partir de listes vides, pour chaque enfant, on pré-inscrit son premier choix, à sa "*place relative*" selon le tirage au sort, et si celle-ci n'est pas (ou plus, du fait d'autres pré-inscriptions) en ordre utile, on pré-inscrit les choix suivants, tant que ceux-ci ne sont pas (ou plus) en ordre utile, ou jusqu'à épuisement des demandes pour cet enfant. L'algorithme implémenté part des listes complètes, et en supprime en fin de traitement les demandes qui n'ont pas été sélectionnées ou "*activées*" (voir section 3.3, point 2 pour le détail). D'une certaine manière, ce pré-traitement effectue les désistements "à priori"

Au final, les listes d'attente ne contiennent plus que des meilleurs choix pour ceux n'ayant leur premier choix en ordre utile.

Cet algorithme est appelé "pré-inscription différée" car on effectue les (pré-)inscriptions des premiers choix, et ces pré-inscriptions sont différées (ou postposées) par les inscriptions des autres enfants, et par les réactivations des choix suivants.

Même si plus performant, cet algorithme ne permet pas de conserver les demandes à priori "inintéressantes", mais potentiellement utiles comme monnaie d'échange (cfr la remarque du point précédent).

Ces deux algorithmes (pour autant qu'on procède à tous les désistements dans le premier, et non uniquement à ceux relatifs aux premiers choix) ne sont pas équivalents, car dans la première méthode par désistements, certaines demandes peuvent se bloquer mutuellement, empêchant un désistement pour chacun dans la boucle.

Ces deux procédures attribuent les meilleures places possibles, selon les préférences (et sont indépendantes de l'ordre de traitement des listes) mais ne sont pas optimales car des échanges restent possibles.

3.2 Echanges

Quels échanges effectuer en premier, si trois enfants de l'école A sont candidats à l'école B, mais que dans l'école B il n'y a que deux candidats pour l'école A ? Pour suivre le principe de tirage au sort, il faudrait suivre le classement de chaque école de départ. Dans l'exemple, les deux premiers, selon le tirage de l'école A, bénéficieront d'un échange. Pour déterminer l'ordre des enfants candidats à un échange, il y a deux approches possibles : soit on considère les enfants en ordre utile (les mal-placés disposant d'une place échangeable), soit on considère les enfants en liste d'attente (les premiers à prétendre aux places potentiellement libérées).

3.2.1 Selon les demandes en ordre utile

La première méthode, et la seule dans la première version, consiste à parcourir la liste des demandes en ordre utile, et pour chaque élève, de voir si dans l'école de son premier choix, il n'y a pas un enfant également en ordre utile et dont son premier choix est justement la première école (pour un échange de deux places, mais le principe est le même lorsqu'on échange 3, 4, ... places simultanément pour donner à chacun son premier choix). Les élèves ayant échangé leur place peuvent être très loin dans la liste d'attente, et c'est là un grief de la méthode : le premier sur la liste d'attente n'est pas considéré en premier, n'y avait-il pas moyen de trouver un autre échange favorisant celui-ci ?

3.2.2 Selon les demandes en liste d'attente

La seconde méthode adresse précisément ce point et consiste donc à parcourir les demandes en liste d'attente qui correspondent à un premier choix (on vise à attribuer le premier choix uniquement, qui peut être effectivement être le deuxième (ou troisième, ...) si l'école du premier (et deuxième, ...) choix est (sont) déjà complète(s) (voir point 5 Ecoles complètes de la section 3.3)). Pour chacun de ces élèves, on regarde dans les écoles de leurs autres choix, et dans lesquelles ils ont une place en ordre utile (place échangeable), si un autre enfant, en liste d'attente et dont cette école est son premier choix, n'a pas lui aussi un autre choix en ordre utile dans la première école. Cet algorithme est un peu plus complexe, mais dans les échanges, il tente de satisfaire les élèves selon l'ordre de la liste d'attente (et quelque soit leur ordre là où ils ont une place). Cette méthode est juridiquement plus forte, car elle respecte l'ordre des listes d'attente et si quelqu'un n'a pas obtenu son premier choix par échange, c'est qu'il n'y avait pas de possibilité.

3.2.3 Ordre des écoles

Dans ces deux algorithmes d'échange, l'ordre des listes parcourues n'est pas neutre. Si on commence par l'école A, M ou Z, le résultat final peut être légèrement différent, une place échangée par un élève de l'école A ne sera plus disponible pour celui de l'école M ou Z. Pour rester impartial, je ne vois d'autres alternatives que de procéder à un tirage au sort des écoles, ou plus simplement, dans la liste des écoles (quelle qu'elle soit), tirer au sort celle par laquelle commencer, option que j'ai intégrée dans mon programme.

Maintenant, puisqu'on a déterminé un ordre d'écoles, cela confère à la première une certaine priorité sur la deuxième et ainsi de suite, et en toute logique, il faut s'y tenir. On parcourt toute la liste de la première école avant de passer à la deuxième. Mais pour respecter cette classification, si de part un échange entre des élèves de la troisième et quatrième école, ceux-ci libèrent par désistement automatique des places en ordre utile ou en liste d'attente dans la première ou deuxième école, ne faut-il pas revenir sur les listes de

celles-ci avant de poursuivre ? Même si algorithmiquement plus complexe, c'est également l'option que j'ai prise.

3.2.4 Premiers en listes d'attente

Ceci dit, on peut partir d'un autre point de vue, et considérer qu'il faille en priorité tenter de satisfaire les premiers en liste d'attente, toutes écoles confondues, même s'il faut bien commencer la recherche par l'une d'elles. Le problème est alors que pour satisfaire le premier en liste d'attente de la première école, il se peut que la seule solution soit un échange avec le dernier de la dernière école, et tous les autres de se sentir lésés ! Pour *atténuer* ce problème, on peut procéder par progression. On tente les échanges en ne considérant que les premiers en liste d'attente; et s'il y a échange, on aura forcément de "nouveaux premiers" que l'on va considérer également (puisque'ils sont devenus premiers !) dans une "seconde passe", sans revenir en arrière dans les listes donc. Lorsque tous les échanges possibles seront effectués entre premiers sur la liste, on *ouvre* les échanges aux deux premiers de la liste, et ainsi de suite. Cela n'empêchera pas in fine des échanges entre enfants loin dans les listes, mais c'est qu'il n'y avait guère moyen de faire autrement, ou mieux, sinon peut-être d'avoir tiré un autre ordre d'écoles. Autrement dit, le(s) premier(s) en liste d'attente n'ont rationnellement aucune chance de progresser, car ceux en ordre utile n'ont aucune raison de céder leur place sinon pour leur premier choix, qui ne pourra leur être octroyé que par échange. Cette variante de l'algorithme "*selon les demandes en liste d'attente*" est également implémentée, ce qui porte à trois les options d'échanges :

1. Parcours des listes selon les demandes en **ordre utile**
2. Parcours des listes selon les demandes en **liste d'attente**
3. Parcours des listes selon les **premiers en liste d'attente**

Ceci achève la présentation des divers algorithmes utilisés, implémentés et sélectionnables dans le programme général.

3.3 Méthodologie générale

En conservant le principe du tirage au sort d'application pour la rentrée 2009, voici une proposition de méthodologie générale, déclinée en trois algorithmes et un pré-traitement des listes (la première version ne comportait qu'un seul algorithme (ordre utile) sans option de pré-traitement) :

1. Tout d'abord, entériner toutes les priorités.
2. Eventuellement pré-traiter les listes en procédant aux "pré-inscriptions différées".
Pratiquement, l'algorithme est assez simple. Dans la liste des demandes (par école, mais l'ordre n'a pas d'importance) :
 - 2.1. on active tous les premiers choix
 - 2.2. pour chaque demande "active" qui n'est pas en ordre utile (c'est à dire lorsque le nombre de demandes actives dépasse le nombre de places disponibles), on active le choix suivant pour cet élève, et ainsi de suite tant que le choix suivant n'est pas en ordre utile,
 - 2.3. on procède de même pour les demandes qui ne sont plus en ordre utile du fait de l'étape précédente.
 - 2.4. Toutes les demandes qui ne sont pas "activées" sont supprimées.
3. Entériner les premiers choix en ordre utile. Toutes les inscriptions entérinées sortent de la liste à traiter. Réattribuer toutes les places, selon les listes d'attente, qui doivent être libérées suite aux places "entérinées" (abandon obligatoire des inscriptions multiples), et entériner les nouveaux premiers choix en ordre utile qui apparaîtraient de par les désistements automatiques. Cette étape se fait en parcourant la liste des élèves, plus efficace.
4. Le plus simple ensuite est de commencer par les échanges de deux enfants qui obtiendraient ainsi chacun leur premier choix. Selon l'option choisie, on procédera selon l'une des trois méthodes :

- 4.1. Parcourir la liste des demandes en ordre utile, et pour chaque élève, de voir si dans l'école de son premier choix, il n'y a pas un enfant également en ordre utile et dont son premier choix est justement la première.
- 4.2. Parcourir les demandes en liste d'attente qui correspondent à un premier choix. Pour chacun de ces élèves, on regarde dans les écoles de leurs autres choix, et dans lesquelles ils ont une place en ordre utile (place échangeable), si un autre enfant, en liste d'attente et dont cette école est son premier choix, n'a pas lui aussi un autre choix en ordre utile dans la première école.
- 4.3. Parcourir les premiers choix en liste d'attente, selon le processus au point 4.2 ci-dessus, en augmentant progressivement le nombre de demandes en liste d'attente considérées (voir section 3.2.4)
5. Si une école est complète (toutes les places disponibles sont entérinées), aucun enfant ne pourra prétendre à une place dans cet école (du moins au sein de ce processus, s'il le désire, il pourra toujours se maintenir sur une liste d'attente, en cas de désistement ultérieur). Pour tous les enfants ayant encore cette école parmi leurs choix, on "monte" les choix suivants d'un rang (s'il s'agit du premier choix, le deuxième devient le premier, ...). On repart au point 3, car de nouveaux "*premiers*" (ou meilleurs) choix peuvent apparaître et des échanges peuvent être possibles pour rencontrer les "nouveaux premiers choix" potentiels.

A ce stade, une première partie des listes d'attente devrait être résorbée, et plus aucun échange 2 à 2 n'est directement possible.

6. Commence alors les tentatives de permutations multiples. En ne considérant que 3 écoles, peut-on effectuer une "permutation" de 3 demandes : de A vers B, de B vers C et finalement de C vers A. Doit-on commencer par les enfants de l'école A, B ou C ? D'où l'importance de l'ordre des écoles (et d'un éventuel tirage au sort). L'algorithme devient nettement plus complexe, et selon les options d'implémentation (à quel moment on retourne en arrière dans les listes, ...), le résultat final peut différer, certaines places pouvant être libérées dans un ordre différent, et donc indirectement, privilégiant certains au détriment d'autres. Au terme de permutations multiples, d'autres premiers choix ou échanges deux à deux peuvent redevenir possibles. On progresse alors par niveau, ne passant au suivant que lorsque tous les échanges possibles auront été effectués au niveau précédent.
7. Le processus s'arrête :
 - 7.1. Soit parce que les listes sont toutes vides : tous les enfants sont inscrits, ou toutes les écoles sont complètes (vidant de ce fait leurs listes, cfr point 5)
 - 7.2. Soit parce que, vraisemblablement, il n'y a plus d'échanges possibles. Passé une limite supérieure 'n' (5, 10, ... ?), s'il n'y plus d'échange trouvé au niveau n-1, n-2 (, ...), faut-il poursuivre jusqu'au nombre total d'écoles restant en lice (50, 100, ...) ?

Le programme prévoit de monter automatiquement jusqu'à un niveau prédéfini, et offre ensuite la possibilité de continuer en passant au niveau supérieur, indéfiniment tant que toutes les listes ne sont vides, mais avec confirmation de l'utilisateur à chaque passage de niveau.

Afin de réduire le nombre d'échanges ou permutations à envisager (de réduire donc le temps de calcul), j'opterai pour une approche progressive :

- D'abord les échanges deux à deux
- Ensuite les permutations de trois demandes (et deux à deux si d'autres se présentent de par la libération des places)
- Et ainsi de suite, permutation de 4, puis 5, ...

Dans tout ce qui précède, par souci de clarté (?!), j'ai toujours considéré les échanges deux à deux avant de passer aux permutations ou échanges multiples. Mais rien, sinon le temps de calcul, n'empêche de débiter directement avec des échanges multiples impliquant au maximum 3, 4, ... places (au lieu de 2). Le

nombre de demandes à considérer d'entrée de jeu pour des échanges potentiels est donc introduit comme paramètre du processus d'optimisation.

3.4 Conclusions

Le résultat final, c'est-à-dire l'attribution effective des places (et donc sujet sensible), variera selon :

- Qu'il y a "pré-traitement" ou non
- Qu'on parcourt les demandes en ordre utile (première méthode), en liste d'attente (deuxième méthode) ou les premiers en liste d'attente (troisième méthode)
- Le nombre d'élèves considérés d'entrée de jeu pour les échanges (débuté par des échanges deux à deux, ou envisage directement des permutations de trois, quatre, ... demandes)
- L'ordre des listes d'attente, c'est-à-dire l'ordre des écoles pour la recherche d'échanges.

Puisque chaque méthode, et parmi celles-ci, chaque option fourni une solution légèrement différente, je suggérerais de :

1. Fixer l'ordre des écoles, par tirage au sort ou quelque autre moyen, car il est quasiment impossible de tester toutes les solutions pour tous les tirages possibles.
2. Une fois l'ordre des écoles fixé, tester plusieurs solutions :
 - Avec ou sans pré-traitement (pré-inscriptions différées)
 - En parcourant les listes selon les demandes en ordre utile, en liste d'attente ou premiers en liste d'attente
 - Varier le nombre de demandes pouvant participer à un échange dès le début du processus : d'abord les échanges deux à deux, ensuite de trois, puis de 4, ... ou considérer directement des échanges de 3, 4, ou ... demandes

Notez que ces variantes peuvent avoir un impact considérable sur le temps de calcul d'une solution. Par conséquent, certaines options pourraient être abandonnées car "incalculables". Pour 500 écoles, autoriser d'entrée de jeu des échanges de 500 demandes est irréalisable. Même si théoriquement la probabilité est non nulle que le premier choix de l'élève ayant une place dans la première école, soit la deuxième et ainsi de suite jusqu'à la 500^{ème} où un élève y disposant d'une place préférerait la première école. Grossièrement, lors des échanges impliquant n demandes, le nombre de possibilités à envisager croît comme la puissance n^{ième} du nombre de demandes moyen par école. Avec 500 écoles, 60000 élèves, 5 demandes par élèves, soit 300000 demandes au total ou 600 demandes en moyenne par école, le nombre de d'échanges à envisager est de l'ordre de 600⁵⁰⁰ ! Même un super-ordinateur n'y viendrait à bout en un temps (et coût !) raisonnable. En réalité, puisque toutes les branches de cet arbre de possibilités ne sont complètes (ou parcourues jusqu'au bout), on n'envisagera qu'une fraction de celles-ci, ce qui restera inabordable : 1 six-centième de 600⁵⁰⁰ fait tout de même 600⁴⁹⁹ pistes !

3. Attribuer un coefficient de performance à chaque solution, calculé comme suit :
Coef = [Nombre d'inscriptions attribuées] + 1 / [Somme des choix relatifs à chaque inscription]
Le but étant d'avoir le plus d'enfants inscrits, et pour un même nombre d'inscriptions, les meilleurs choix possibles. Dans la somme des choix, pour chaque inscription, on compte 1 pour s'il s'agit d'un premier choix, 2 pour un deuxième choix, ... Pour un même nombre d'inscriptions, plus la somme sera petite, plus on aura de premiers ou de meilleurs choix, et plus son inverse (compris entre 0 et 1) sera grand.
4. Prendre la méthode, la solution offrant le meilleur coefficient de performance. On peut tout aussi bien *décréter* qu'un algorithme soit plus équitable qu'un autre (par exemple privilégier les premiers sur liste d'attente plutôt que de respecter stricto sensu l'ordre des écoles), même s'il conduit à une moindre *satisfaction globale*.

4 Implémentation et exemples

Par facilité, j'ai programmé ces algorithmes sous Excel, car plus visuel pour vérifier les résultats. Après quelques tests (et multiples corrections) sur un échantillon de 30 élèves, 5 écoles et 3 demandes par enfant, j'ai poussé le test avec 50 000 élèves, 500 écoles et 5 demandes par enfant, soit un total de 250 000 demandes (rassurez-vous, j'ai également écrit un programme pour générer aléatoirement les demandes !). Si le premier jeu de test se résout en quelques secondes, sur un ordinateur (PC) "moyen", il faut de l'ordre de 3 heures pour venir à bout des 250 000 demandes, sans "pré-traitement" et selon le premier algorithme (demandes en ordre utile), ce qui reste "abordable".

Comme données, on dispose de la liste d'enfants (F0001 à F0030) ayant chacun fait 3 demandes, et du tableau des écoles (E001 à E005) indiquant le nombre de places disponibles et la liste des demandes d'inscription (enfants), dans l'ordre du tirage. Ces listes permettent de déterminer la position des divers choix. La liste des écoles est supposée ordonnée selon un éventuel tirage au sort, les recherches d'échanges commençant par celle fournie comme paramètre.

La première figure ci-dessous montre les étapes de l'algorithme de "*pré-inscriptions différées*", suivi des échanges selon les demandes *en ordre utile*, en commençant par la première école. La première permutation de quatre demandes est également illustrée.

Vient ensuite, à partir d'un même jeu de données, une série de 10 solutions différentes (plus les deux sans échange) ! Ce qui illustre à souhait qu'aucune option (choix d'un algorithme associé à un jeu de paramètres : tirage de l'école, nombre de demandes considérées au début des échanges) n'est plus favorable qu'une autre. Sur base de cet exemple particulièrement intéressant (duquel on ne peut donc tirer de généralités, et encore moins de règles empiriques), on peut tout de même constater que :

- Toutes les solutions attribuent le même nombre de places : 29/30. C'est un hasard de cet exemple, d'autres ne donnent pas toujours le même nombre de places attribuées.
- Les scores (somme des choix attribués) varient entre 42 et 45 (et sans échanges, ils sont de 48 par pré-inscription différée et de 51 par désistements).
- Le spectre de solutions basé sur le pré-traitement par *pré-inscription différée* est plus réduit (à deux exceptions près, toutes donnent le même résultat), et celles-ci ont un score moyen (43 & 44). Ce qui semble logique tant pour le spectre que pour le score, si on considère que le pré-traitement supprime des demandes qui pourraient être utilisées pour les échanges.
- Les algorithmes basés sur le parcours selon liste d'attente, et plus particulièrement sur les premiers en liste d'attente, obtiennent le meilleur score (42) et sont globalement meilleurs. L'exception étant pour les pré-traitement, où les deux obtenant un meilleur score (43), le sont par *ordre utile*.

Dans le tableau des données, les choix sont aisément repérable par les codes de couleur utilisés :

Codes couleur :

Premiers choix en ordre utile, avant tout désistement

Demande correspondant à un 1er choix

Demande correspondant à un 2ème choix

Demande correspondant à un 3ème choix

Les paramètres utilisés pour chaque solution sont codifiés de la manière suivante :

Codes Paramètres :	
P 	Pré-traitement par <i>pré-inscriptions différées</i>
OrdUtil	Algorithme d'échanges selon l' <i>Ordre utile</i>
LstAtt	Algorithme d'échanges selon la <i>Liste d'attente</i>
1erAtt	Algorithme d'échanges selon les <i>Premiers en liste d'attente</i>
[n:	Numéro de l'école par laquelle commencer
Nombre maximum d'élèves participant à un échange :	
d-	au début (d'entrée de jeu)
f]	à la fin (par progression automatique ou manuelle)
1-1]	pas d'échanges (arrêt avant)
1+]	arrêt avant échanges et finalisation des inscriptions

Ainsi,

- **P|OrdUtil[2:5-5]** correspond à une solution avec pré-traitement, suivit de l'algorithme d'échange selon l'ordre utile, en débutant par la deuxième école et autorisant directement des échanges de 5 demandes (même si ce nombre n'est jamais atteint dans les exemples).
- **1erAtt[3:2-2]** correspond à la meilleure solution (dans l'exemple) : pas de *pré-inscriptions différées*, parcours des listes selon les premiers en liste d'attente, en commençant par la troisième école et n'autorisant que des échanges deux à deux dans la première étape et aucune progression n'est nécessaire : l'algorithme se termine sans devoir considérer des échanges de 3 ou plus.

Dans cet exemple, et c'est une particularité (voir ceux de la première version), aucune solution ne nécessite le passage à un nombre supérieur dans les échanges.

Les solutions sont classées par score décroissant, les différences par rapport à la meilleure solution sont marquées en jaune vif. Sous chaque solution, j'ai repris la liste des solutions donnant le même résultat (parfois selon un ordre différent d'attribution des places). Je n'ai pas testé toutes les solutions, mais la grande majorité, et n'ai que très rarement vérifié si l'ordre d'attribution était identique.

Finalement, j'ai laissé les deux jeux de test de la première version dans un format légèrement différent (sans pré-traitement et selon l'ordre utile donc), avec une complexité différente. Dans les deux cas, si on recherche directement des permutations de 2, 3 ou 4 demandes (solution 2), au lieu de ne commencer qu'uniquement par des échanges 2 à 2, puis permutation de 3, ensuite 4 (solution 1), le résultat est légèrement différent. Le second tableau montre l'ordre d'attribution des places en suivant l'algorithme "*en ordre utile*", et indique quelle place fut "utilisée" (liste et position dans celle-ci), notez que les positions sont recalculées après chaque attribution. La dernière colonne indique la position dans une permutation, ainsi un 3 indique que cette "inscription" est le résultat d'une permutation de 3 demandes (et sera forcément suivi d'un 2 puis d'un 1 pour compléter le trio). Un 1 seul (après un autre 1) indique quant à lui une inscription sans échange, car la demande est (devenue) en ordre utile dans la liste, au début du processus ou suite aux suppressions de demandes multiples (suppression opérée après chaque attribution).

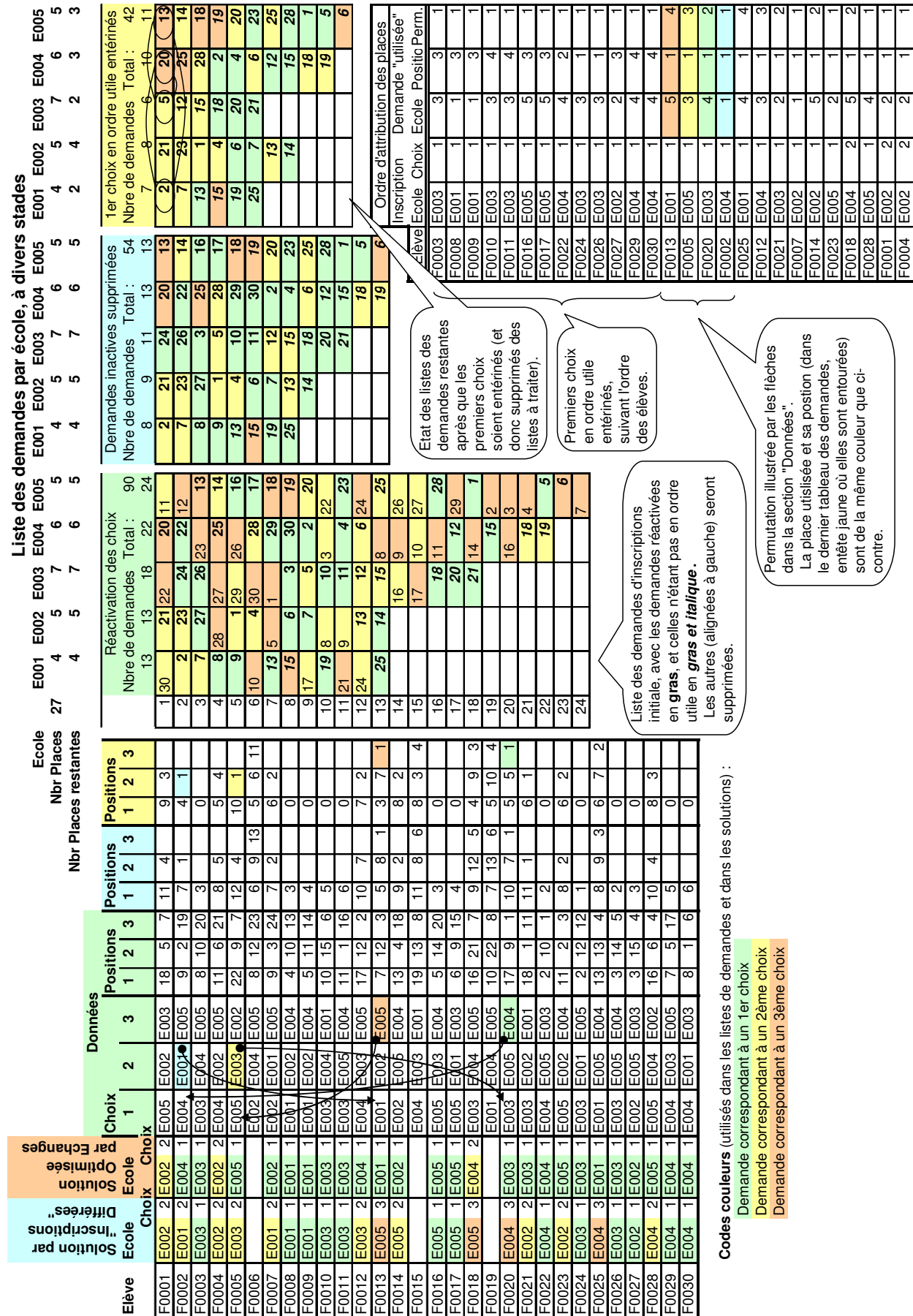
Vous pouvez tenter de résoudre ce "petit problème" à la main (ce que j'ai fait pour vérification), vous en sortirez probablement avec un beau "mal de crâne" ...

Pierre Hardy.

Courriel : pierre.hardy@swing.be

Figure 1 : Détails de l'algorithme de "pré-inscriptions différées" et première permutation de 4 demandes :

Optimisation par "Inscriptions différées", puis par "Echanges", puis par "Echanges" : étapes et comparaison



Données et liste des solutions, sans le détail de l'ordre d'attribution des places :

Données de base												
Demandes par élève avec préférences							Listes par école, nombre de places					
Elève	Choix			Positions			32	E001	E002	E003	E004	E005
	1	2	3	1	2	3		6	9	9	4	4
F0001	E001	E004	E003	2	8	12	1	F0030	F0026	F0019	F0015	F0009
F0002	E003	E001	E004	13	3	9	2	F0001	F0027	F0020	F0019	F0013
F0003	E001	E005	E002	4	7	5	3	F0002	F0028	F0021	F0022	F0017
F0004	E004	E003	E001	10	14	5	4	F0003	F0029	F0022	F0024	F0020
F0005	E001	E003	E002	6	15	6	5	F0004	F0003	F0023	F0025	F0028
F0006	E004	E003	E002	11	16	7	6	F0005	F0005	F0024	F0027	F0030
F0007	E001	E004	E003	7	12	17	7	F0007	F0006	F0025	F0029	F0003
F0008	E004	E001	E002	13	8	8	8	F0008	F0008	F0026	F0001	
F0009	E001	E003	E005	9	18	1	9	F0009	F0011	F0028	F0002	
F0010	E004	E001	E003	14	10	19	10	F0010	F0012	F0029	F0004	
F0011	E003	E002	E001	20	9	11	11	F0011	F0013	F0030	F0006	
F0012	E002	E001	E003	10	12	21	12	F0012	F0014	F0001	F0007	
F0013	E004	E002	E005	15	11	2	13	F0014	F0016	F0002	F0008	
F0014	E003	E001	E002	22	13	12	14	F0015	F0017	F0004	F0010	
F0015	E001	E004	E003	14	1	23	15	F0016	F0018	F0005	F0013	
F0016	E003	E001	E002	24	15	13	16	F0018	F0021	F0006		
F0017	E003	E005	E002	25	3	14	17	F0019	F0022	F0007		
F0018	E001	E003	E002	16	26	15	18	F0020	F0023	F0009		
F0019	E003	E001	E004	1	17	2	19	F0021		F0010		
F0020	E001	E003	E005	18	2	4	20	F0023		F0011		
F0021	E001	E003	E002	19	3	16	21	F0024		F0012		
F0022	E002	E004	E003	17	3	4	22	F0025		F0014		
F0023	E001	E002	E003	20	18	5	23	F0026		F0015		
F0024	E001	E004	E003	21	4	6	24	F0027		F0016		
F0025	E004	E001	E003	5	22	7	25			F0017		
F0026	E001	E003	E002	23	8	1	26			F0018		
F0027	E002	E004	E001	2	6	24	27					
F0028	E002	E003	E005	3	9	5	28					
F0029	E004	E003	E002	7	10	4	29					
F0030	E003	E001	E005	11	1	6	30					

Codes couleur :

- Premiers choix en ordre utile, avant désistement
- Demande correspondant à un 1er choix
- Demande correspondant à un 2ème choix
- Demande correspondant à un 3ème choix

Codes Paramètres :

- P| Pré-traitement par pré-inscriptions différées
- OrdUtil Algorithme d'échanges selon l' Ordre utile
- LstAtt Algorithme d'échanges selon la Liste d'attente
- 1erAtt Algorithme d'échanges selon les Premiers en liste d'attente
- [n: Numéro de l'école par laquelle commencer
- Nombre maximum d'élèves participant à un échange :
- d- au début (d'entrée de jeu)
- f] à la fin (par progression automatique ou manuelle)
- 1-1] pas d'échanges (arrêt avant)
- 1+] arrêté avant échanges et finalisation des inscriptions

Solution 1		Solution 2		Solution 3		Solution 4		Solution 5		Solution 6		Solution 7		Solution 8		Solution 9		Solution 10		Solution 11		Solution 12			
1erAtt[2:3-3]		LstAtt[1:3-3]		OrdUtil[2:2-2]		LstAtt[1:4-4]		P OrdUtil[2:2-2]		P 1erAtt[1:4-4]		1erAtt[1:4-4]		OrdUtil[3:5-5]		LstAtt[1:2-2]		OrdUtil[2:3-3]		P OrdUtil[1:1+]		OrdUtil[1:1+]			
Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx	Ecole	Chx
29	42	29	42	29	43	29	43	29	43	29	44	29	44	29	44	29	45	29	45	29	48	29	51	29	51
E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1
E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1
E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1
E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E003	2	E003	2	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E003	2	E003	2	E003	2
E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1
E003	2	E004	1	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E004	1	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E002	3
E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1
E004	1	E002	3	E004	1	E002	3	E004	1	E004	1	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E001	2	E001	2	E001	2
E005	3	E003	2	E003	2	E003	2	E001	1	E001	1	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E001	1	E001	1	E001	1
E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E002	2	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E002	2	E002	2	E002	2
E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1
E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2
E003	1	E003	1	E002	3	E003	1	E003	1	E002	3	E002	3	E003	1	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3
E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E001	1	E004	2	E001	1	E001	1	E004	2	E004	2	E004	2
E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3
E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2	E005	2
E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3	E002	3
E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1
E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E001	1	E003	2	E003	2	E003	2	E001	1	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2
E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E001	1	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2
E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E004	2
E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E002	2	E003	3	E003	3
E001	1	E001	1	E001	1	E004	2	E004	2	E004	2	E004	2	E001	1	E004	2	E004	2	E004	2	E004	2	E004	2
E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1
E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E003	2	E001	1	E003	2	E003	2
E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1
E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1	E002	1
E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E004	1	E003	2	E004	1	E004	1	E004	1	E003	2
E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1	E003	1

- 1erAtt[2:3-3] LstAtt[1:3-3] 1erAtt[1:2-2] LstAtt[1:4-4] P|OrdUtil[2:2-2] P|1erAtt[1:4-4] 1erAtt[1:4-4] OrdUtil[3:5-5] LstAtt[1:2-2] OrdUtil[2:3-3] P|OrdUtil[1:1+]
- 1erAtt[3:2-2] LstAtt[5:3-3] 1erAtt[2:2-2] LstAtt[3:2-2] P|OrdUtil[2:5-5] P|1erAtt[1:5-2] 1erAtt[4:5-5] LstAtt[5:2-2]
- 1erAtt[3:3-3] 1erAtt[4:2-2] LstAtt[4:5-5] P|1erAtt[1:5-5] 1erAtt[5:5-5] OrdUtil[1:2-2]
- 1erAtt[5:2-2] LstAtt[5:4-4] P|LstAtt[1:5:2-2] OrdUtil[1:4-4]
- LstAtt[2:2-2] OrdUtil[3:2-2] P|LstAtt[1:5:5-5] OrdUtil[5:2-2]
- LstAtt[4:2-2] P|OrdUtil[1:2-2]
- OrdUtil[2:2-2] P|OrdUtil[3:5:2-2]
- OrdUtil[4:2-2] P|OrdUtil[1:5-5]
- OrdUtil[4:5-5] P|OrdUtil[3:5:5-5]

Solutions avec le détail de l'ordre d'attribution des places :

Solution 1 Paramètres : LstAtt[1:2-2]						Solution 2 Paramètres : LstAtt[1:3-3]						Solution 3 Paramètres : OrdUtil[2:2-2]						Solution 4 Paramètres : LstAtt[1:4-4]													
1erAtt[2:3-3]		Ordre d'attrib. des places				LstAtt[1:3-3]		Ordre d'attrib. des places				OrdUtil[2:2-2]		Ordre d'attrib. des places				LstAtt[1:4-4]		Ordre d'attrib. des places											
Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"									
29	42		Ecole	Chx	Ec. F Pos.	Ech.	29	42		Ecole	Chx	Ec. F Pos.	Ech.	29	43		Ecole	Chx	43		Ecole	Chx	Ec. F Pos.	Ech.							
E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1
E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1
E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1
E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0019	E003	1	3	1	1
E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1
E003	2	F0028	E002	1	2	2	1	E004	1	F0028	E002	1	2	2	1	E003	2	F0028	E002	1	2	2	1	E003	2	F0028	E002	1	2	2	1
E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1
E004	1	F0025	E004	1	4	4	1	E004	1	F0025	E004	1	4	4	1	E004	1	F0025	E004	1	4	4	1	E002	3	F0025	E004	1	4	4	1
E005	3	F0030	E003	1	3	8	1	E003	2	F0030	E003	1	3	8	1	E003	2	F0030	E003	1	3	8	1	E003	2	F0030	E003	1	3	8	1
		F0007	E001	1	1	3	1			F0007	E001	1	1	3	1			F0007	E001	1	1	3	1			F0007	E001	1	1	3	1
E003	1	F0004	E004	1	1	2	2	E003	1	F0002	E003	1	1	1	3	E003	1	F0022	E002	1	4	2	2	E003	1	F0002	E001	1	1	3	3
E002	1	F0015	E001	1	4	1	1	E002	1	F0029	E004	1	3	7	2	E002	1	F0029	E004	1	2	2	1	E002	1	F0029	E004	1	3	7	2
E002	2	F0002	E003	1	1	1	2	E002	2	F0015	E001	1	4	1	1	E002	2	F0002	E003	1	3	7	1	E002	2	F0015	E001	1	4	1	1
E003	1	F0020	E001	1	3	1	1	E003	1	F0004	E004	1	1	1	2	E002	2	F0004	E004	1	1	1	2	E003	1	F0004	E004	1	1	1	4
E001	1	F0021	E003	2	3	1	1	E001	1	F0024	E001	1	4	2	1	E001	1	F0015	E001	1	4	1	1	E001	1	F0022	E002	1	4	1	3
E002	3	F0024	E004	2	4	2	1	E002	3	F0020	E003	2	3	1	1	E002	3	F0008	E004	1	1	1	2	E002	3	F0011	E003	1	2	4	2
E005	2	F0026	E003	2	3	4	1	E005	2	F0021	E003	2	3	1	1	E005	2	F0024	E001	1	4	1	1	E005	2	F0020	E001	1	3	1	1
E002	3	F0029	E004	1	2	1	2	E002	3	F0026	E003	2	3	3	1	E002	3	F0009	E003	2	3	6	1	E002	3	F0021	E003	2	3	1	1
E003	1	F0022	E002	1	4	1	1	E003	1	F0011	E003	1	2	3	2	E003	1	F0020	E003	2	3	1	1	E003	1	F0024	E004	2	4	1	1
E003	2	F0009	E003	2	3	4	1	E003	2	F0006	E004	1	3	3	2	E003	2	F0021	E003	2	3	1	1	E003	1	F0026	E003	2	3	3	1
E003	2	F0006	E003	2	3	2	1	E003	2	F0022	E002	1	4	1	1	E003	2	F0026	E003	2	3	2	1	E003	2	F0006	E003	2	3	3	1
E002	1	F0008	E002	3	2	2	1	E002	1	F0009	E003	2	3	2	1	E002	1	F0006	E003	2	3	2	1	E002	1	F0008	E002	3	2	3	1
E002	2	F0010	E003	3	2	2	1	E002	2	F0008	E002	3	2	1	1	E002	2	F0013	E002	2	2	4	1	E002	2	F0013	E002	2	2	3	1
E001	1	F0013	E002	2	2	3	1	E001	1	F0013	E002	2	2	1	1	E001	1	F0023	E002	2	3	1	2	E001	1	F0023	E002	2	3	2	1
E004	1	F0023	E002	2	3	1	2	E004	1	F0014	E003	1	2	1	2	E004	1	F0011	E003	1	2	1	1	E004	1	F0014	E003	1	2	1	1
E003	2	F0011	E003	1	2	1	1	E003	2	F0023	E002	2	3	1	1	E003	2	F0014	E002	3	2	1	1	E003	2	F0023	E002	2	3	1	1
E002	1	F0014	E002	3	2	1	1	E002	1	F0016	E002	3	2	1	1	E002	1	F0016	E002	3	2	1	1	E002	1	F0016	E002	3	2	1	1
E002	1	F0016	E002	3	2	1	1	E002	1	F0017	E005	2	5	1	1	E002	1	F0017	E005	2	5	1	1	E002	1	F0017	E005	2	5	1	1
E004	1	F0017	E005	2	5	1	1	E004	1	F0018	E002	3	2	1	1	E004	1	F0018	E002	3	2	1	1	E004	1	F0018	E002	3	2	1	1
E003	1							E003	1							E003	1							E003	1						

Solution 5 Paramètres : P OrdUtil[2:2-2]						Solution 6 Paramètres : P 1erAtt[1:4-4]						Solution 7 Paramètres : 1erAtt[1:4-4]						Solution 8 Paramètres : OrdUtil[3:5-5]													
P OrdUtil[2:2-2]		Ordre d'attrib. des places				P 1erAtt[1:4-4]		Ordre d'attrib. des places				1erAtt[1:4-4]		Ordre d'attrib. des places				OrdUtil[3:5-5]		Ordre d'attrib. des places											
Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	44		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"					
29	43		Ecole	Chx	Ec. F Pos.	Ech.	29	44		Ecole	Chx	Ec. F Pos.	Ech.	29	44		Ecole	Chx	44		Ecole	Chx	44		Ecole	Chx	Ec. F Pos.	Ech.			
E001	1	F0001	E001	1	1	1	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1
E003	1	F0002	E003	1	3	7	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1
E001	1	F0003	E001	1	1	1	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1
E003	2	F0005	E001	1	1	1	1	E003	2	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0019	E003	1	3	1	1
E001	1	F0007	E001	1	1	1	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1
E003	2	F0009	E001	1	1	2	1	E003	2	F0028	E002	1	2	2	1	E004	1	F0028	E002	1	2	2	1	E003	2	F0028	E002	1	2	2	1
E001	1	F0012	E002	1	2	4	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1
E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0025	E004	1	4	4	1	E002	3	F0025	E004	1	4	4	1	E002	3	F0025	E004	1	4	4	1
E001	1	F0022	E002	1	2	8	1	E001	1	F0030	E003	1	3	8	1	E003	2	F0030	E003	1	3	8	1	E003	2	F0030	E003	1	3	8	1
F0025		E004	1	4	3	1		F0007	E001	1	1	3	1	E003	3	F0007	E001	1	1	3	1			F0007	E001	1	1	3	1		
E002	2	F0027	E002	1	2	1	1	E003	1	F0020	E001	1	3	1	2	E003	1	F0002	E003	1	1	1	3	E003	1	F0002	E003	1	1	1	2
E002	1	F0028	E002	1	2	1	1	E002	1	F0020	E003	1	1	1	1	E002	1	F0029	E004	1	3	7	2	E002	1	F0020	E001	1	3	1	1
E002	2	F0029	E004	1	4	3	1	E002	2	F0015	E001	1	4	1	2	E002	2	F0015	E001	1	4	1	1	E002	2	F0011	E003	1	2	5	4
E003	1	F0030	E003	1	3	5	1	E002	3	F0004	E004	1	1	1	1	E002	3	F0006	E004	1	2	2	2	E003	1	F0022	E002	1	4	2	3
E001	1	F0008	E004	1	1	1	2	E001	1	F0021	E003	2	3	1	1	E001	1	F0022	E002	1	4	1	1	E004	2	F0004	E004	1	1	1	2
E002	3	F0015	E001	1	4	1	1	E002	3	F0024	E004	2	4	2	1	E002	3	F0004	E004	1	1	1	2	E002	3	F0021	E001	1	3	1	1
E005	2	F0020	E003	2	3	1	1	E005	2	F0026	E003	2	3	4	1	E005	2	F0024	E001	1	4	1	1	E005	2	F0020	E003	2	3	1	1
E002	3	F0021	E003	2	3	1	1	E002	3	F0022	E002	1	4	1	2	E002	3	F0009	E003	2	3	5	1	E002	3	F0024	E004	2	4	1	1
E003	1	F0024	E004	2	4	1	1	E003	1	F0029	E004	1	2	1	1	E003	1	F0020	E003	2	3	1	1	E003	1	F0026	E003	2	3	3	1
E003	2	F0																													

Solution 9 Paramètres : LstAtt[1:2-2]						Solution 10 Paramètres : OrdUtil[2:3-3]						Solution 11 Paramètres : P OrdUtil[1:1+]						Solution 12 Paramètres : OrdUtil[1:1+]					
LstAtt[1:2-2]		Ordre d'attrib. des places				OrdUtil[2:3-3]		Ordre d'attrib. des places				P OrdUtil[1:1+]		Ordre d'attrib. des places				OrdUtil[1:1+]		Ordre d'attrib. des places			
Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		Ecole	Chx	Elève	Inscr.	Dem."utilisée"		
29	45		Ecole	Chx	Ec.	F.Pos.	Ech.	29	45	Elève	Ecole	Chx	Ec.	F.Pos.	Ech.	29	48	Elève	Ecole	Chx	Ec.	F.Pos.	Ech.
E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	2	1	E001	1	F0001	E001	1	1	1	1
E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0003	E001	1	1	3	1	E003	1	F0002	E003	1	3	7	1
E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0005	E001	1	1	4	1	E001	1	F0003	E001	1	1	1	1
E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E004	1	F0019	E003	1	3	1	1	E003	2	F0005	E001	1	1	1	1
E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0027	E002	1	2	2	1	E001	1	F0007	E001	1	1	1	1
E003	2	F0028	E002	1	2	2	1	E003	2	F0028	E002	1	2	2	1	E003	2	F0009	E001	1	1	2	1
E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	7	1	E001	1	F0012	E002	1	2	4	1
E002	3	F0025	E004	1	4	4	1	E002	3	F0025	E004	1	4	4	1	E001	2	F0019	E003	1	3	1	1
E003	2	F0030	E003	1	3	8	1	E003	2	F0030	E003	1	3	8	1	E001	1	F0022	E002	1	2	8	1
E003	3	F0007	E001	1	1	3	1	E003	3	F0007	E001	1	1	3	1	E001	1	F0025	E004	1	4	3	1
E003	1	F0020	E001	1	3	1	2	E003	1	F0022	E002	1	3	3	3	E002	2	F0027	E002	1	2	1	1
E002	1	F0002	E003	1	1	1	1	E002	1	F0002	E003	1	1	1	2	E002	1	F0028	E002	1	2	1	1
E002	2	F0015	E001	1	4	2	1	E002	2	F0026	E001	1	2	1	1	E002	2	F0029	E004	1	4	3	1
E002	3	F0004	E004	1	1	1	1	E002	3	F0029	E004	1	4	3	1	E002	3	F0030	E003	1	3	5	1
E001	1	F0021	E003	2	3	1	1	E001	1	F0004	E004	1	1	1	2	E004	2	F0008	E001	2	1	1	1
E002	3	F0024	E004	2	4	2	1	E002	3	F0015	E001	1	4	1	1	E002	3	F0011	E002	2	2	1	1
E005	2	F0026	E003	2	3	4	1	E005	2	F0009	E003	2	3	6	1	E005	2	F0013	E002	2	2	2	1
E003	1	F0022	E002	1	4	1	2	E003	1	F0020	E003	2	3	1	1	E003	3	F0014	E002	3	2	3	1
E003	1	F0029	E004	1	2	1	1	E003	1	F0021	E003	2	3	1	1	E003	1	F0016	E002	3	2	4	1
E001	1	F0009	E003	2	3	4	1	E003	2	F0024	E004	2	4	1	1	E003	2	F0018	E002	3	2	5	1
E003	2	F0006	E003	2	3	2	1	E003	2	F0006	E003	2	3	3	1	E003	2	F0020	E003	2	3	1	1
E002	1	F0008	E002	3	2	2	1	E002	1	F0008	E002	3	2	2	1	E002	1	F0021	E003	2	3	2	1
E002	2	F0010	E003	3	3	2	1	E002	2	F0013	E002	2	2	3	1	E003	3	F0023	E003	3	3	3	1
E004	2	F0013	E002	2	2	3	1	E004	2	F0010	E003	3	3	2	1	E003	2	F0026	E003	2	3	4	1
E004	1	F0023	E002	2	3	1	2	E004	1	F0023	E002	2	3	1	2	E004	1	F0004	E003	2	3	5	1
E003	2	F0011	E003	1	2	1	1	E001	1	F0011	E003	1	2	1	1	E003	2	F0006	E003	2	3	6	1
E002	1	F0014	E002	3	2	1	1	E002	1	F0014	E002	3	2	1	1	E002	1	F0015	E004	2	4	1	1
E002	1	F0016	E002	3	2	1	1	E002	1	F0016	E002	3	2	1	1	E002	1	F0024	E004	2	4	2	1
E004	1	F0017	E005	2	5	1	1	E004	1	F0017	E005	2	5	1	1	E004	1	F0017	E005	2	5	1	1
E003	1							E003	1							E003	1						

Premier exemple (de la première version), ne nécessitant que des permutations de 3 demandes :

Données de départ							Solution 1		Solution 2									
Demandes par élève avec préférences				Demandes par école					Max échanges : 2, 3			3 / 4						
Elève	Choix			Positions			Ecole	E001	E002	E003	E004	E005	Elève	Ecole	Choix	Ecole	Choix	
	1	2	3	1	2	3	Nbr Places	27	4	5	7	6						5
							Nbr Restant	0	0	0	0	0						
F0001	E005	E002	E003	18	5	7		1	F0030	F0021	F0022	F0020	F0011	F0001	E005	1	E005	1
F0002	E004	E001	E005	9	2	19		2	F0002	F0023	F0024	F0022	F0012	F0002	E004	1	E004	1
F0003	E003	E004	E005	8	10	20		3	F0007	F0027	F0026	F0023	F0013	F0003	E003	1	E003	1
F0004	E004	E002	E005	11	6	21		4	F0008	F0028	F0027	F0025	F0014	F0004	E002	2	E002	2
F0005	E005	E003	E002	22	9	7		5	F0009	F0001	F0029	F0026	F0016	F0005	E003	2	E005	1
F0006	E002	E004	E005	8	12	23		6	F0010	F0004	F0030	F0028	F0017	F0006			E002	1
F0007	E002	E001	E005	9	3	24		7	F0013	F0005	F0001	F0029	F0018	F0007	E002	1	E002	1
F0008	E001	E002	E004	4	10	13		8	F0015	F0006	F0003	F0030	F0019	F0008	E001	1	E001	1
F0009	E001	E002	E004	5	11	14		9	F0017	F0007	F0005	F0002	F0020	F0009	E001	1	E001	1
F0010	E003	E004	E001	10	15	6		10	F0019	F0008	F0010	F0003	F0022	F0010	E003	1	E003	1
F0011	E003	E005	E004	11	1	16		11	F0021	F0009	F0011	F0004	F0023	F0011	E003	1	E003	1
F0012	E004	E003	E005	17	12	2		12	F0024	F0013	F0012	F0006	F0024	F0012	E004	1	E004	1
F0013	E001	E002	E005	7	12	3		13	F0025	F0014	F0015	F0008	F0025	F0013	E001	1	E001	1
F0014	E002	E005	E004	13	4	18		14			F0016	F0009	F0026	F0014	E002	1	E002	1
F0015	E004	E003	E001	19	13	8		15			F0017	F0010	F0027	F0015	E004	1		
F0016	E005	E003	E004	5	14	20		16			F0018	F0011	F0028	F0016	E005	1	E005	1
F0017	E005	E001	E003	6	9	15		17			F0020	F0012	F0029	F0017	E005	1	E005	1
F0018	E003	E004	E005	16	21	7		18			F0021	F0014	F0001	F0018				
F0019	E001	E004	E005	10	22	8		19				F0015	F0002	F0019				
F0020	E003	E005	E004	17	9	1		20				F0016	F0003	F0020	E003	1	E003	1
F0021	E003	E002	E001	18	1	11		21				F0018	F0004	F0021	E002	2	E003	1
F0022	E004	E005	E003	2	10	1		22				F0019	F0005	F0022	E004	1	E004	1
F0023	E005	E002	E004	11	2	3		23					F0006	F0023	E005	1	E005	1
F0024	E003	E001	E005	2	12	12		24					F0007	F0024	E003	1	E003	1
F0025	E001	E005	E004	13	13	4		25						F0025	E001	1	E001	1
F0026	E003	E005	E004	3	14	5		26						F0026	E003	1	E003	1
F0027	E002	E005	E003	3	15	4		27						F0027	E002	1	E002	1
F0028	E005	E004	E002	16	6	4		28						F0028	E005	1	E004	2
F0029	E004	E003	E005	7	5	17		29						F0029	E004	1	E004	1
F0030	E004	E001	E003	8	1	6		30						F0030	E004	1	E004	1

Solution 1					
Ordre d'attribution des places					
Elève	Inscription		Demande "utilisée"		
	Ecole	Choix	Liste	Position	Perm.
F0008	E001	1	E001	4	1
F0016	E005	1	E005	5	1
F0022	E004	1	E004	2	1
F0024	E003	1	E003	2	1
F0026	E003	1	E003	2	1
F0027	E002	1	E002	3	1
F0003	E003	1	E003	5	1
F0029	E004	1	E004	5	1
F0010	E003	1	E003	4	1
F0025	E001	1	E004	3	2
F0030	E004	1	E001	1	1
F0011	E003	1	E003	3	1
F0017	E005	1	E005	4	1
F0014	E002	1	E005	3	2
F0023	E005	1	E002	2	1
F0002	E004	1	E004	3	1
F0009	E001	1	E001	2	1
F0012	E004	1	E005	1	2
F0028	E005	1	E004	2	1
F0013	E001	1	E005	1	3
F0001	E005	1	E002	2	2
F0007	E002	1	E001	1	1
F0005	E003	2	E003	1	1
F0020	E003	1	E004	1	2
F0015	E004	1	E003	1	1
F0004	E002	2	E002	2	1
F0021	E002	2	E002	1	1

Solution 2					
Ordre d'attribution des places					
Elève	Inscription		Demande "utilisée"		
	Ecole	Choix	Liste	Position	Perm.
F0008	E001	1	E001	4	1
F0016	E005	1	E005	5	1
F0022	E004	1	E004	2	1
F0024	E003	1	E003	2	1
F0026	E003	1	E003	2	1
F0027	E002	1	E002	3	1
F0003	E003	1	E003	5	1
F0029	E004	1	E004	5	1
F0010	E003	1	E003	4	1
F0013	E001	1	E005	3	4
F0001	E005	1	E003	2	3
F0020	E003	1	E004	1	2
F0030	E004	1	E001	1	1
F0011	E003	1	E003	2	1
F0017	E005	1	E005	3	1
F0025	E001	1	E004	2	2
F0002	E004	1	E001	1	1
F0014	E002	1	E005	2	3
F0005	E005	1	E003	1	2
F0021	E003	1	E002	1	1
F0012	E004	1	E005	1	2
F0023	E005	1	E004	1	1
F0006	E002	1	E002	3	1
F0028	E004	2	E004	1	1
F0004	E002	2	E002	2	1
F0007	E002	1	E002	1	1
F0009	E001	1	E001	1	1

Second exemple (de la première version du document) nécessitant une permutation de 4 demandes :

Données de départ													Solution 1			Solution 2		
Demandes par élève avec préférences						Demandes par école						Max Echanges : 2, 3, 4			3 / 4			
Choix			Positions			Ecole		E001	E002	E003	E004	E005	Inscription		Inscription			
Elève	1	2	3	1	2	3	Nbr Places	32	8	7	6	4	7	Elève	Ecole	Choix	Ecole	Choix
							Nbr Restant	6	0	6	0	0	0					
F0001	E005	E001	E004	27	9	13		1	F0022	F0030	F0028	F0015	F0003	F0001	E005	1	E003	3
F0002	E005	E004	E003	28	14	2		2	F0023		F0002	F0016	F0004	F0002	E005	1	E003	3
F0003	E001	E004	E005	10	15	1		3	F0024		F0006	F0018	F0005	F0003	E001	1	E001	1
F0004	E004	E001	E005	16	11	2		4	F0025		F0007	F0019	F0006	F0004	E004	1	E004	1
F0005	E005	E001	E004	3	12	17		5	F0026		F0009	F0020	F0007	F0005	E005	1	E005	1
F0006	E003	E005	E001	3	4	13		6	F0027		F0010	F0021	F0008	F0006	E003	1	E003	1
F0007	E001	E005	E003	14	5	4		7	F0028		F0012	F0024	F0009	F0007	E001	1	E001	1
F0008	E001	E004	E005	15	18	6		8	F0029		F0013	F0025	F0010	F0008	E001	1	E001	1
F0009	E005	E003	E001	7	5	16		9	F0001		F0014	F0026	F0011	F0009	E005	1	E005	1
F0010	E005	E001	E003	8	17	6		10	F0003		F0016	F0027	F0012	F0010	E005	1	E005	1
F0011	E005	E001	E004	9	18	19		11	F0004		F0017	F0029	F0013	F0011			E005	1
F0012	E005	E001	E003	10	19	7		12	F0005		F0019	F0030	F0014	F0012	E003	3	E003	3
F0013	E005	E001	E003	11	20	8		13	F0006		F0022	F0001	F0015	F0013	E003	3	E003	3
F0014	E005	E001	E003	12	21	9		14	F0007		F0023	F0002	F0016	F0014	E003	3	E003	3
F0015	E005	E004	E001	13	1	22		15	F0008		F0024	F0003	F0017	F0015	E005	1	E005	1
F0016	E005	E004	E003	14	2	10		16	F0009		F0027	F0004	F0018	F0016	E005	1	E005	1
F0017	E005	E001	E003	15	23	11		17	F0010			F0005	F0019	F0017	E003	3		
F0018	E004	E001	E005	3	24	16		18	F0011			F0008	F0020	F0018	E004	1	E004	1
F0019	E003	E005	E004	12	17	4		19	F0012			F0011	F0021	F0019	E003	1	E003	1
F0020	E005	E001	E004	18	25	5		20	F0013				F0022	F0020				
F0021	E001	E005	E004	26	19	6		21	F0014				F0023	F0021				
F0022	E001	E005	E003	1	20	13		22	F0015				F0025	F0022	E001	1	E001	1
F0023	E001	E005	E003	2	21	14		23	F0017				F0026	F0023	E001	1	E001	1
F0024	E004	E003	E001	7	15	3		24	F0018				F0028	F0024	E004	1	E004	1
F0025	E005	E004	E001	22	8	4		25	F0020				F0029	F0025	E005	1	E005	1
F0026	E004	E005	E001	9	23	5		26	F0021				F0030	F0026	E004	1	E004	1
F0027	E004	E001	E003	10	6	16		27					F0001	F0027	E001	2	E001	2
F0028	E001	E005	E003	7	24	1		28					F0002	F0028	E001	1	E001	1
F0029	E001	E004	E005	8	11	25		29						F0029	E001	1	E001	1
F0030	E005	E004	E002	26	12	1		30						F0030	E002	3	E002	3

Solution 1					
Ordre d'attribution des places					
Elève	Inscription		Demande "utilisée"		
	Ecole	Choix	Liste	Position	Perm.
F0005	E005	1	E005	3	1
F0006	E003	1	E003	3	1
F0009	E005	1	E005	6	1
F0018	E004	1	E004	3	1
F0022	E001	1	E001	1	1
F0023	E001	1	E001	1	1
F0028	E001	1	E001	5	1
F0029	E001	1	E001	5	1
F0010	E005	1	E005	5	1
F0003	E001	1	E005	1	2
F0025	E005	1	E001	2	1
F0004	E004	1	E005	1	2
F0015	E005	1	E004	1	1
F0007	E001	1	E005	1	3
F0016	E005	1	E004	1	2
F0024	E004	1	E001	1	1
F0008	E001	1	E005	1	4
F0002	E005	1	E003	1	3
F0019	E003	1	E004	1	2
F0026	E004	1	E001	1	1
F0027	E001	2	E001	1	1
F0030	E002	3	E002	1	1
F0012	E003	3	E003	1	1
F0013	E003	3	E003	1	1
F0014	E003	3	E003	1	1
F0017	E003	3	E003	1	1

Solution 2					
Ordre d'attribution des places					
Elève	Inscription		Demande "utilisée"		
	Ecole	Choix	Liste	Position	Perm.
F0005	E005	1	E005	3	1
F0006	E003	1	E003	3	1
F0009	E005	1	E005	6	1
F0018	E004	1	E004	3	1
F0022	E001	1	E001	1	1
F0023	E001	1	E001	1	1
F0028	E001	1	E001	5	1
F0029	E001	1	E001	5	1
F0010	E005	1	E005	5	1
F0003	E001	1	E005	1	3
F0015	E005	1	E004	1	2
F0024	E004	1	E001	1	1
F0007	E001	1	E003	2	4
F0019	E003	1	E004	2	3
F0004	E004	1	E005	1	2
F0025	E005	1	E001	1	1
F0011	E005	1	E005	2	1
F0008	E001	1	E005	1	3
F0016	E005	1	E004	1	2
F0026	E004	1	E001	1	1
F0027	E001	2	E001	1	1
F0030	E002	3	E002	1	1
F0002	E003	3	E003	1	1
F0012	E003	3	E003	1	1
F0013	E003	3	E003	1	1
F0014	E003	3	E003	1	1